

I

問1 ① ア -7 イ -7

② ウ 2

③ エ 1 オ 4

④ カ 5 キ 0

⑤ $1.5 \times 10^8 \text{ m/s}$ 問2 向き：上向き 大きさ： $\pi r^2 \left\{ P_A + \left(\frac{2}{3}r + h \right) \rho g \right\}$ 問3 送電する電力を P 、送電線の抵抗値を R 、送電電圧を V とすると送電線での消費電力は $R \left(\frac{P}{V} \right)^2$ と表せる。よって、送電電圧を高くすると、電力損失は少なくなる。問4 (1) α 線を薄い金箔に当て、通り抜けるときの曲げられ方を調べると、ごく狭い領域を通過した α 線が大きく曲げられた。

(2) 長岡

(3) 原子核の周りを円運動する電子は電磁波を放出しエネルギーを失った結果、電子の軌道半径は小さくなるので安定な原子を表すことができない。

(4) (あ) mvr (い) $k \frac{e^2}{r^2}$ (う) -11 (え) ボーア半径

ポイントの解説

問1④ 空気の密度を ρ 、空気 1 mol の質量を m とすると、状態方程式より

$$\rho = \frac{Pm}{RT} = \frac{1.0 \times 10^5 \times 29 \times 10^{-3}}{8.3 \times (273 + 20)} \approx 1.2 \times 10^0 \text{ kg/m}^3$$

よって、空気 1 m^3 の質量はおよそ $1.2 \times 10^0 \text{ kg}$ と見積もれる。⑤ 真空中での光速が $3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$ であるから

$$\frac{3.0 \times 10^8}{2.0} = \underline{\underline{1.5 \times 10^8 \text{ m/s}}}$$

問2 半球面に作用する水圧による力の合力 (F とする) と平面に作用する水圧による力の差が浮力となるから

$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 \rho g + \pi r^2 (P_A + \rho g h) \\ &= \pi r^2 \left\{ P_A + \left(\frac{2}{3}r + h \right) \rho g \right\} \end{aligned}$$

問4 (4)

(あ) 軌道の一周の長さが電子波の波長の整数倍になるので

$$2\pi r = n \frac{h}{\underline{\underline{mv}}}$$

(い) 電子の運動方程式

$$m \frac{v^2}{r} = k \underbrace{\frac{e^2}{r^2}}$$

(う) 本問ではボーア半径が知識として問われている。水素原子の直径がおおよそ $1 \times 10^{-10} \text{ m}$ であることを知っているとし易い。実際の計算は (あ), (い) より,

$$r = \frac{h^2}{4\pi^2 k m e^2} n^2$$

が得られるので、これに数値を代入して行う。

II

問1 $C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$

問2 a) $\frac{1}{2}CV^2$ b) $\frac{2}{5}CV^2$ c) $\frac{7}{2}CV^2$

問3 d) $C(V_1 - V_2)$ e) $\langle I_2 \rangle = fC(V_1 - V_2)$ f) ②, $R_0 = \frac{1}{fC}$

ポイントの解説

問2 b) 極板間隔を広げたとき、コンデンサーの帯電量の変化 ΔQ は

$$\Delta Q = \left(\frac{1}{5}C - C \right) V = -\frac{4}{5}CV$$

外力がした仕事 $W_{\text{外}}$ はエネルギー保存より

$$W_{\text{外}} + \Delta Q \cdot V = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5}C \right) V^2 - \frac{1}{2}CV^2 \quad \therefore W_{\text{外}} = \underline{\underline{\frac{2}{5}CV^2}}$$

c) コンデンサーの帯電量は $Q = CV$ で一定であるので、蓄えられている静電エネルギーの大きさは

$$\frac{Q^2}{2 \cdot \frac{1}{7}C} = \underline{\underline{\frac{7}{2}CV^2}}$$

問3 d) 電源2に流入した電荷量 $\Delta Q'$ は、スイッチ操作後の帯電量の変化を考えて、

$$\Delta Q' = \underline{\underline{C(V_1 - V_2)}}$$

e) d) の操作1回毎に $\Delta Q'$ の電荷量が移動し、1秒間に f 回の操作を長時間にわたって繰り返すので、電流の時間平均 $\langle I_2 \rangle$ は

$$\langle I_2 \rangle = f\Delta Q' = \underline{\underline{fC(V_1 - V_2)}}$$

f) ①～⑤の回路のうち、定常状態において一定の電流が流れる回路は②である。

②の回路で $I_0 = \frac{V_1 - V_2}{R_0}$ であるから、前問の結果と比べて

$$R_0 = \underline{\underline{\frac{1}{fC}}}$$

III

問 1 $\frac{1}{2}kx^2$

問 2 $\frac{Gm}{R^2}$

問 3 $-G \frac{\mu m}{r}$

問 4 液面上での位置エネルギーが同じ値になるので，球体 E の中心から液面までの距離はどこでも等しく，球面となる。

問 5 $\frac{GM}{d^2}$

問 6 $-\frac{G\mu Mx}{(d^2+x^2)^{3/2}}$

問 7 球体 E からの重力と慣性力の和 F は

$$\begin{aligned} F &= -G \frac{\mu M}{(d+z)^2} + \mu g_E \quad \left(\text{ただし, } g_E = \frac{GM}{d^2} \right) \\ &= \frac{G\mu M}{d^2} \left\{ -\left(1 + \frac{z}{d}\right)^{-2} + 1 \right\} \\ &\doteq \frac{2G\mu M}{d^3} z \end{aligned}$$

問 8 $A = G\mu m, \quad B = \frac{G\mu M}{d^3}$

問 9 $-\frac{A}{x_0} + \frac{B}{2}x_0^2 = -\frac{A}{z_0} - Bz_0^2$

問 10 ア : $\frac{3B}{2A}$

問 11 $1.9 \times 10^{-1} \text{ m}$

問 12 $z_0 - x_0$ は太陽による潮汐効果を表していて，干潮時と満潮時の潮位差に対応している（なお，太陽からの影響よりも月からの影響の方が大きい）。

ポイントの解説

問 4 位置エネルギーが $-\frac{G\mu m}{r}$ なので，これが一定なら r も一定である。

問 6 重力の大きさは $\frac{G\mu M}{d^2+x^2}$ なので，方向成分を考えて

$$\frac{G\mu M}{d^2+x^2} \cdot \frac{-x}{\sqrt{d^2+x^2}} = -\frac{G\mu Mx}{(d^2+x^2)^{3/2}}$$

問7 Sからの重力と慣性力の和は,

$$\begin{aligned}\frac{g\mu M}{(d-z)^2} - \mu \cdot \frac{GM}{d^2} &= \frac{G\mu M}{d^2} \left(1 - \frac{z}{d}\right)^{-2} - \frac{G\mu M}{d^2} \\ &\doteq \frac{G\mu M}{d^2} \left(1 + \frac{2z}{d}\right) - \frac{G\mu M}{d^2} \\ &= \frac{2G\mu M}{d^3} z\end{aligned}$$

問8 重力と万有引力による位置エネルギーは, 問1を参考に,

$$\begin{aligned}U &= \underbrace{-\frac{G\mu M}{r}}_{\text{球体 E より}} + \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \frac{G\mu M}{d^3} x^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{G\mu M}{d^3} y^2}_{\text{問6 より}} - \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \frac{2G\mu M}{d^3} z^2}_{\text{問7 より}} \\ &= -\frac{G\mu M}{r} + \frac{G\mu M}{2d^3} (x^2 + y^2) - \frac{G\mu M}{d^3} z^2\end{aligned}$$

となる。(d に対して x 等の二次以降を無視し, $d^2 + x^2 \doteq d^2$ 等とした)。したがって

$$\begin{aligned}A &= \underline{\underline{G\mu m}} \\ B &= \underline{\underline{\frac{G\mu M}{d^3}}}\end{aligned}$$

【別解】問1, 問6, 問7を使わず, 問8で与えられた近似式を使うのであれば, 慣性力による位置エネルギーの基準を $z = z_0$ に取って

$$\begin{aligned}U &= -\frac{G\mu m}{r} - \underbrace{\frac{G\mu M}{\sqrt{x^2 + y^2 + (d-z)^2}}}_{\text{球体 S より}} - \underbrace{\mu \cdot \frac{GM}{d^2} (z - z_0)}_{\text{慣性力より}} \\ &\doteq -\frac{G\mu m}{r} - G\mu M \left(\frac{1}{d} + \frac{z}{d^2} - \frac{x^2 + y^2 - 2z^2}{2d^3} \right) - \frac{G\mu M}{d^2} (z - z_0)\end{aligned}$$

$z_0 = -d$ と取ると定数項が消え,

$$U \doteq -\frac{G\mu m}{r} + \frac{G\mu M}{2d^3} (x^2 + y^2) - \frac{G\mu M}{d^3} z^2$$

後は同様に係数を比較する。

問9 与えられた座標値を代入して整理すればよい。

$$\underbrace{-\frac{A}{x_0} + \frac{B}{2} x_0^2}_{\text{左辺}} = \underbrace{-\frac{A}{z_0} - B z_0^2}_{\text{右辺}}$$

問10 問9の結果を整理して

$$A \frac{z_0 - x_0}{z_0 x_0} = \frac{B}{2} x_0^2 + B z_0^2$$

差の部分以外は $x_0 \doteq R$, $z_0 \doteq R$ として,

$$A \frac{z_0 - x_0}{R^2} = \frac{3BR^2}{2} \quad \therefore \quad z_0 - x_0 = \underline{\underline{\frac{3B}{2A}}} \times R^4$$

問 11 問 8 の結果も用いて

$$\begin{aligned}
 \frac{3BR^4}{2A} &= \frac{\frac{3G\mu M}{d^3} \cdot R^4}{2G\mu m} \\
 &= \frac{3MR^4}{2md^3} \\
 &= \frac{3 \times 2.0 \times 10^{30} \times (6.0 \times 10^6)^4}{2 \times 6.0 \times 10^{24} \times (1.5 \times 10^{11})^3} \\
 &= 1.92 \times 10^{-1} \\
 &\asymp \underline{\underline{1.9 \times 10^{-1} \text{ m}}}
 \end{aligned}$$